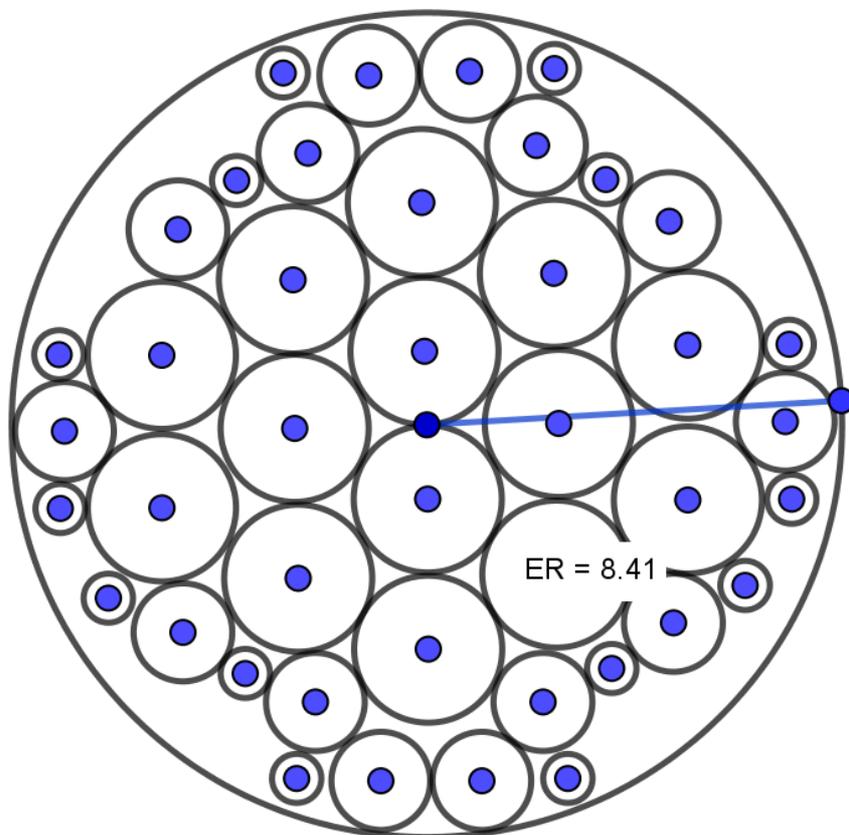


The MadMax



Inhaltsverzeichnis		Seite
Beste Kreispackung	Jannis von dem Berge, Pierre Lowet, Elijah Heiduck und Pavel Tcherniak	3
Die Halbwertszeit	Cajus Zanoth und Roman Ries	7
Zahlen mit Regeln	Maxim Lindner	9

Liebe MadMax – Freunde,

im zweiten Halbjahr haben wir mit einer kleinen Truppe nur drei Themen bearbeiten können.

Der Artikel über beste Kreispackungen regt dazu an, selber vielleicht noch bessere Packungen zu finden als wir.

Im zweiten Artikel haben wir ein Thema aus der Physik aufgegriffen und mathematisch ein wenig durchleuchtet.

Im letzten Beitrag war Maxim auf der Suche nach speziellen Zahlen. Das wollen wir für die nächste Ausgabe noch weiter verfolgen.

Das Titelbild dieser Ausgabe zeigt ein Beispiel für eine Kreispackung

Viel Spaß beim Lesen und Mitdenken

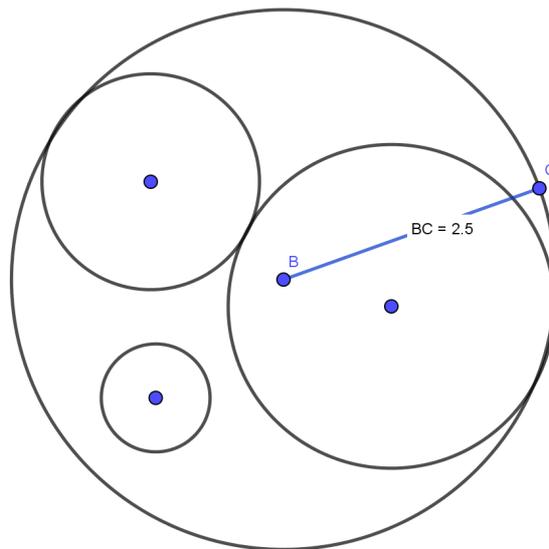
Euer MadMax –Team

Beste Kreispackung

1. Einleitung

Wir haben in der Mathe-AG folgende Frage mit Hilfe von Geogebra untersucht. Welchen Radius muss ein großer Kreis mindestens haben, wenn je ein Kreis mit Radius 0,5 cm, 1,0 cm und 1,5 cm reinpassen muss, ohne dass sich die kleinen Kreise überlappen?

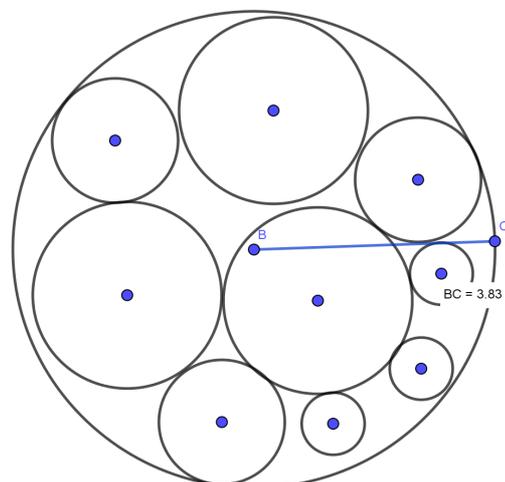
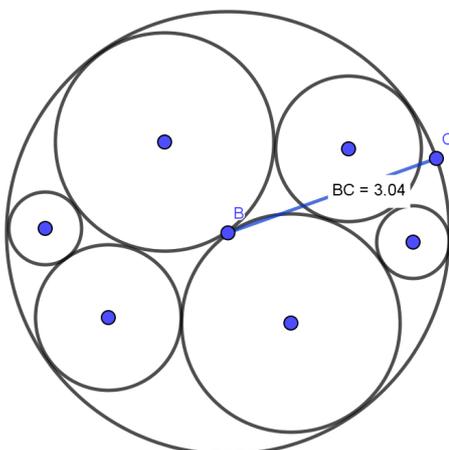
Das folgende Bild zeigt, dass die Antwort ganz einfach ist:

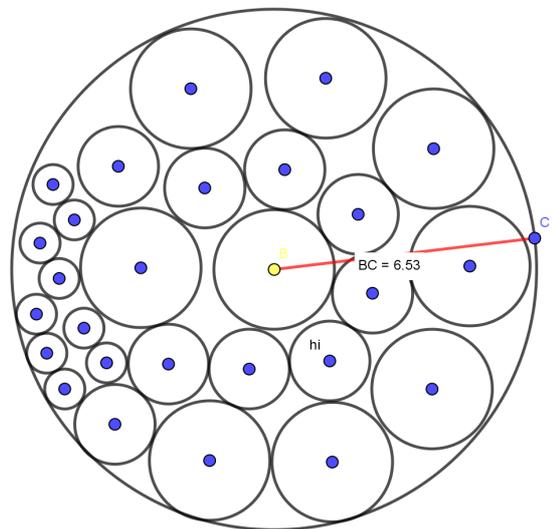
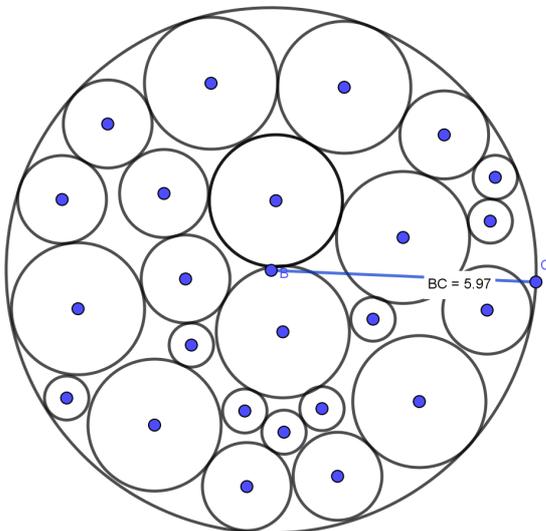
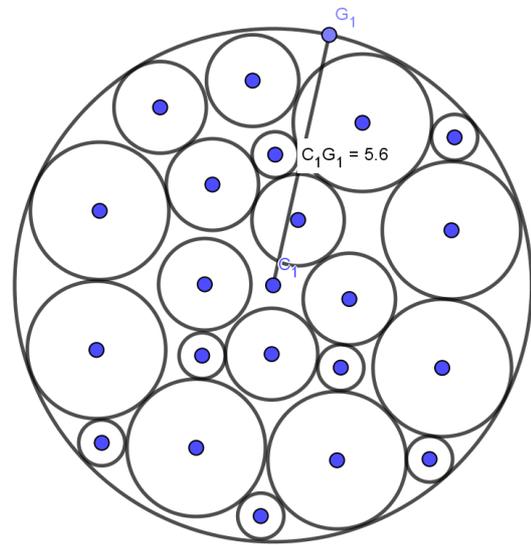
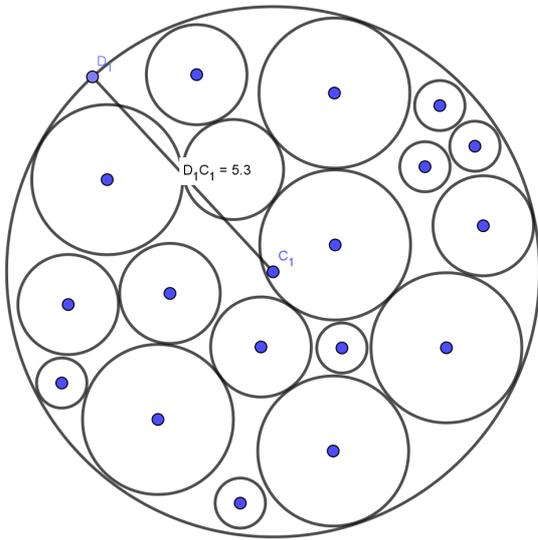
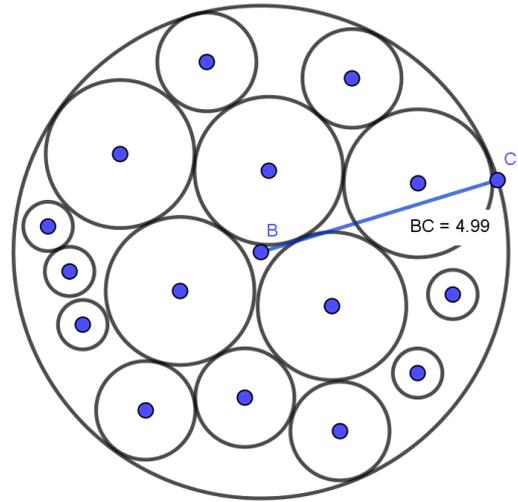
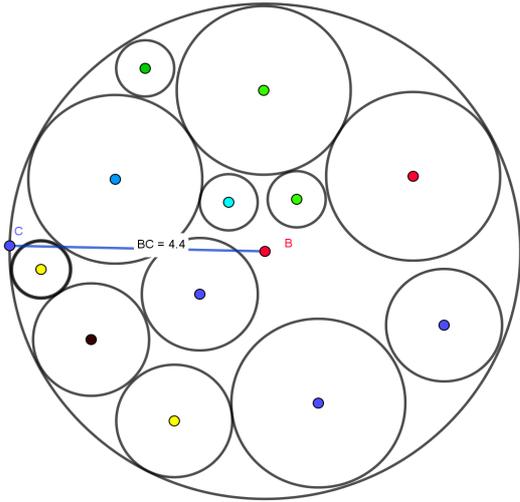


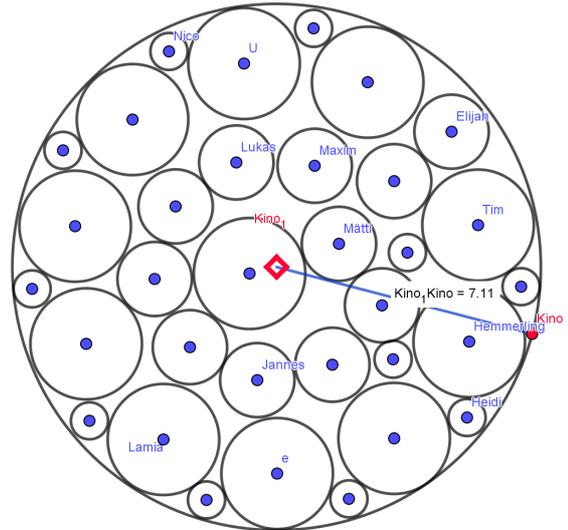
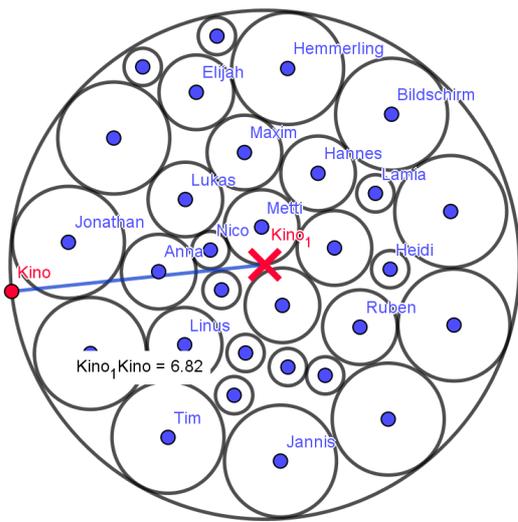
Dies ist die beste Variante um die Kreise im großen Kreis unterzubringen, denn wenn man den 1cm – Kreis neben den 1,5cm – Kreis legt, dann passen die beiden ohne Überschneidung in den 2,5 cm großen Kreis ($1,5\text{ cm} + 1\text{ cm} = 2,5\text{ cm}$). Enger geht es nicht. Schwieriger ist es, wenn man allgemein fragt: Wie groß muss dieser Radius sein, wenn man jeweils 2, 3, 4, ... Kreise von jeder Sorte reinpacken will?

2. Untersuchungen mit Geogebra

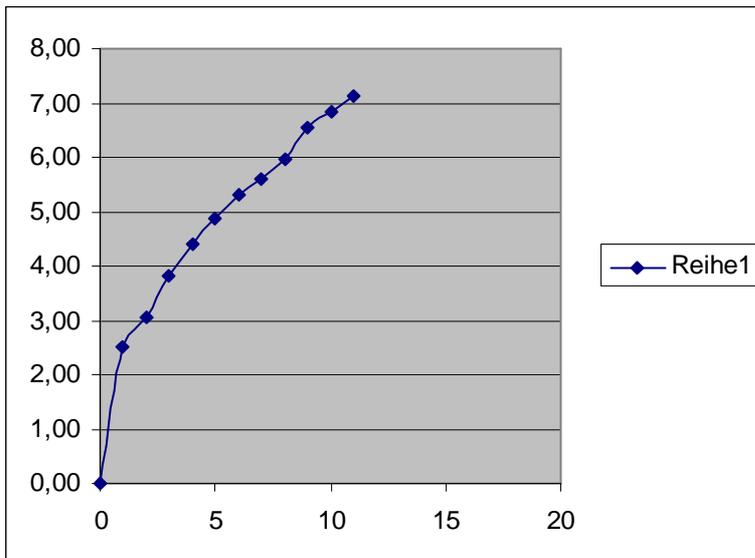
Unsere besten Ergebnisse von je 2 bis je 11 Kugeln von jeder Sorte:





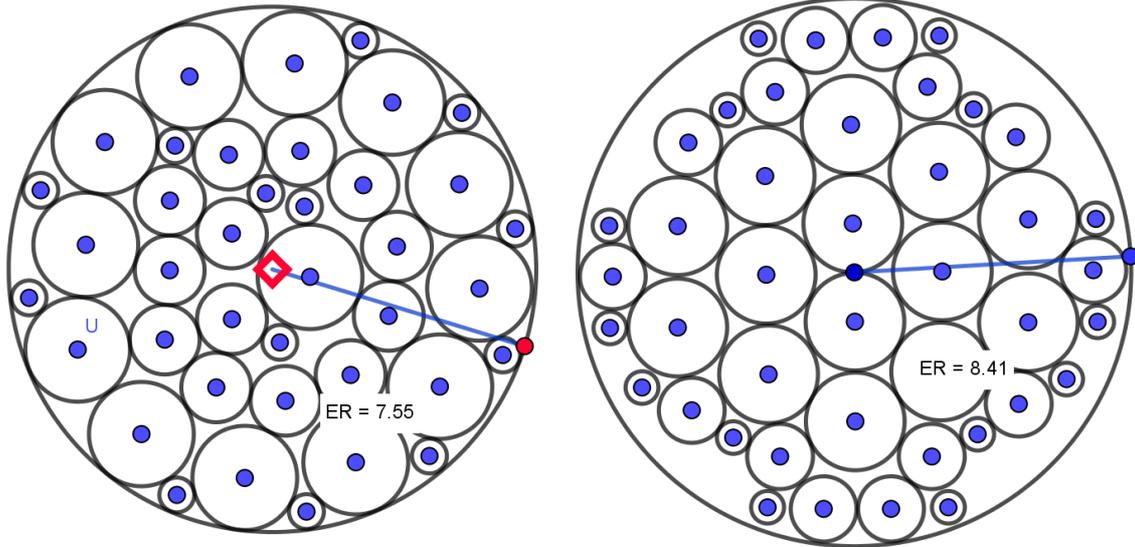


Die folgende Kurve zeigt, wie sich der Radius ändert wenn man immer mehr Kreise verwendet. Von Punkt zu Punkt wird der Abstand immer kleiner. Deswegen wird die Kurve immer flacher:

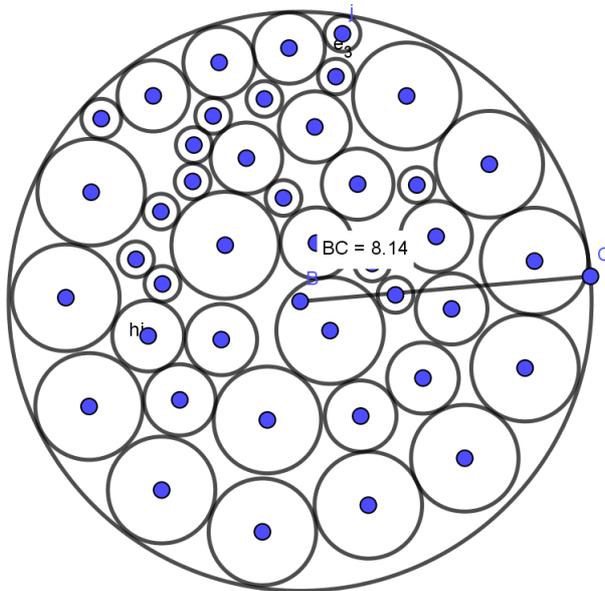


3. Wir arbeiten weiter mit Strategie

Um mit noch mehr Kreisen zu arbeiten, haben wir uns zwei Strategien ausgedacht: Entweder man macht zuerst die großen Kreise in die Mitte und dann die kleinen nach außen oder man macht die großen Kreise nach außen und die kleinen Kreise dann nach innen. Das linke Bild hat je 13 Kugeln und ist ganz gut. Das rechte Bild zeigt je 14 Kugeln und hat viele leere Flächen am Rand. Das heißt, die zweite Strategie ist nicht so gut:

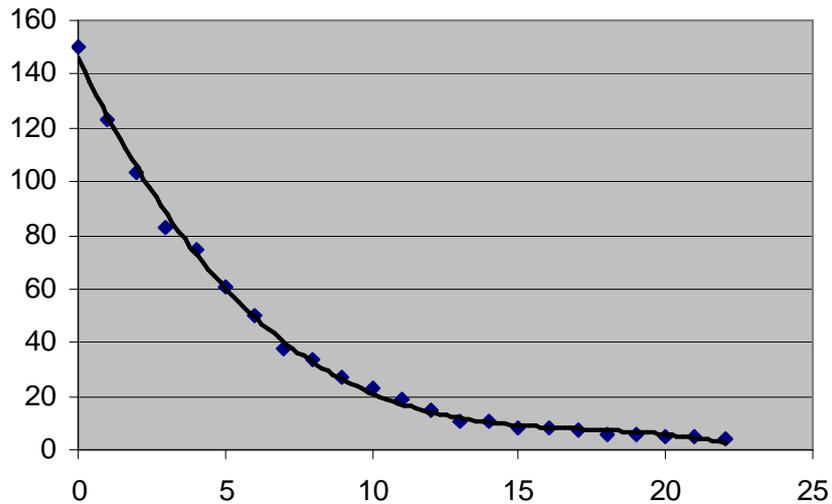


Das rechte Bild ist auch wirklich schlecht, wie die nächste, viel bessere Lösung zeigt:



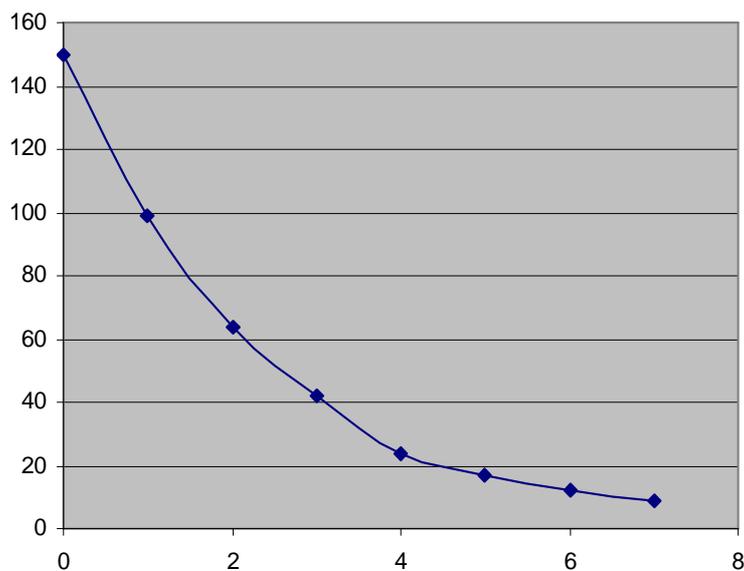
Die Halbwertszeit

In unserem Projekt geht es um einen Begriff aus der Physik, um die sogenannte Halbwertszeit. Mit einem Würfelexperiment kann man gut erklären, was die Halbwertszeit ist. In dem Würfelexperiment bestimmen wir die Halbwertszeit mit Hilfe von 150 Würfeln. Wir würfeln und zählen die Züge bis nur noch 75 Würfel übrig sind, würfeln aber trotzdem weiter bis kein Würfel mehr übrig ist. Pro Würfelung sortieren wir immer die Würfel mit der Augenzahl 1 aus.



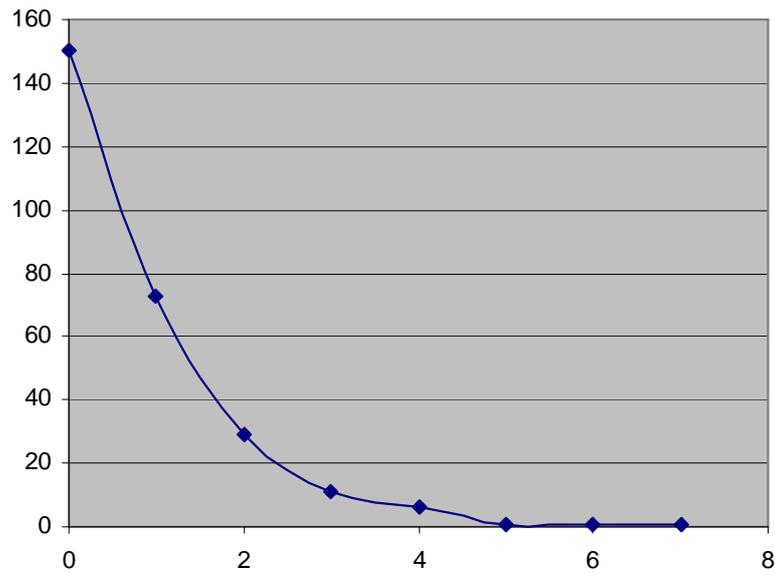
Nach vier Mal würfeln sind nur noch 75 Würfel da. Man sagt: die Halbwertszeit ist 4.

In der nächsten Versuchsreihe haben wir immer Würfel mit zwei Zahlen aussortiert.



Halbwertszeit: 1,6

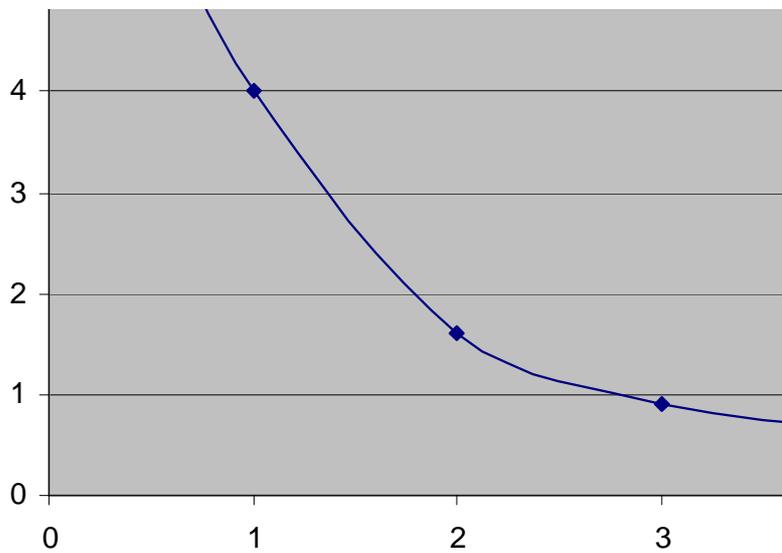
Man sieht, dass die Halbwertszeit sich mehr als halbiert im Vergleich zum ersten Beispiel. Jetzt nehmen wir immer 3 Zahlen pro Wurf heraus.



Halbwertszeit: 0,9

Hier sieht man, dass die Halbwertszeit sich im Vergleich zum ersten Beispiel mehr als geviertelt hat.

Im folgenden Diagramm haben wir auf der x-Achse die Anzahl der Zahlen aufgetragen, die wir nach jedem Wurf raus genommen haben und auf der y-Achse die Halbwertszeit.



Hier sieht man, dass die Halbwertszeit am Anfang schnell absteigt und dann flacht die Kurve ab.

Zahlen mit Regeln

1. Einleitung

Bei dem Thema „Zahlen mit Regeln“ geht es darum, Zahlen zu finden, bei denen Ziffern eine Bedingung erfüllen müssen. Für jede Ziffer werden die beiden Nachbarn zusammen gerechnet und dann durch zwei geteilt werden (Mittelwert). Wenn dieser Mittelwert größer ist, als die Ziffer, die von den beiden Nachbarziffern eingeklammert wird, dann entspricht die Zahl der Regel. Am Anfang scheint es ganz einfach, doch schaffen Sie es eine neunstellige Zahl zu finden, die auch die Regel befolgt?

2. Erste Beispiele

<p>1. 9411247</p> <p>Diese Zahl ist von groß nach klein aufgebaut, aber nur bis zur Mitte, denn ab der Mitte werden die Zahlen wieder größer.</p> <p>Es gilt z.B.:</p> <p>$(1 + 4) : 2 = 2,5 > 2$</p>	<p>2. 911247</p> <p>Diese Zahl, hat das gleiche Muster, wie die erste Zahl. Sie fängt groß an und wird dann zum Ende immer größer. Man benutzt am Anfang gerne als erste Zahl die 9.</p> <p>Es gilt z.B.:</p> <p>$(9 + 1) : 2 = 5 > 1$</p>	<p>3. 520025</p> <p>Bei dieser Zahl handelt es sich um eine gespiegelte Zahl. Die sechsstellige Zahl besteht aus der Zahl 520 die einmal von vorne und einmal von hinten gelesen wird.</p> <p>Es gilt hier z.B.</p> <p>$(0 + 2) : 2 = 1 > 0$</p>
--	---	---

3. Tricks

Mit den folgenden Tricks ist es möglich schneller größere Zahlen zu finden, die den Regeln der speziellen Zahl entsprechen:

1. Es ist eine Möglichkeit die Zahl von klein nach groß aufzubauen. Dann beginnt man am besten mit 0 oder 1. Beispiel: 11247.
2. Man kann auch versuchen, die Zahlen von groß nach klein aufzubauen. Bei diesem Trick ist es hilfreich, mit der neun zu beginnen. Beispiel: 9643
3. Man kann eine Zahl auch mit ihrem Spiegelbild zusammensetzen und sie dadurch zu einer Zahl machen die unsere spezielle Regel befolgt. Zum Beispiel: 63100136.

4. Systematische Suche

Wir versuchen jetzt systematisch spezielle Zahlen zu finden und verwenden dabei auch unsere Tricks.

Zuerst suchen wir vierstellige Zahlen und beginnen mit der 9:

9643 und 3469 und 96433469 und 9643469

9530 und

9520

9421

9410

9320

9310

9210

Jetzt suchen wir mit der 8:

8532 und 2358 und 85322358 und 8532358

8421 und

8410

8310

Unser Ziel für die nächste Ausgabe des MadMax ist es, möglichst alle speziellen Zahlen zu finden, die es gibt.