The MadMax

zeitung für mathematik am mpg trier / heft 32 / juli 2013

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis		Seite
„Eine irre Maschine“	Ben Sassenberg und Pascal Trapp	4
Standorte für Rettungshubschrauber in Deutschland	Tim de Boer und Till Weber	7
Pfeilnetze	Maximilian Kiefer, Maximilian Staudt und Gerrit Weist	12
Zahlen überführen – eine nette Spielerei oder ein Verfahren mit System?	Moritz Ditter und Zoe Harder	16

Liebe MadMax – Freunde,

in den letzten Wochen haben wir uns mit neuen Themen beschäftigt, die wir euch heute vorstellen möchten.

Es geht los mit „irren Maschinen“ die wir mit der Geometriesoftware Geogebra „gebaut“ haben. Schaut euch mal die schönen Bilder an, die unsere Maschine zeichnen kann.

Außerdem haben wir ein System entwickelt, wie man Rettungshubschrauber über Deutschland verteilen muss, damit sie immer rechtzeitig vor Ort sind.

Beim Thema Pfeilnetze geht es darum, einem armen Eichhörnchen zu helfen, dass sich mit Teilern und Vielfachen einer zahl leider nicht so gut auskennt.

Und im letzten Artikel untersuchen wir, wie man mit einem raffinierten System Jahreszahlen in andere Jahreszahlen überführen kann.

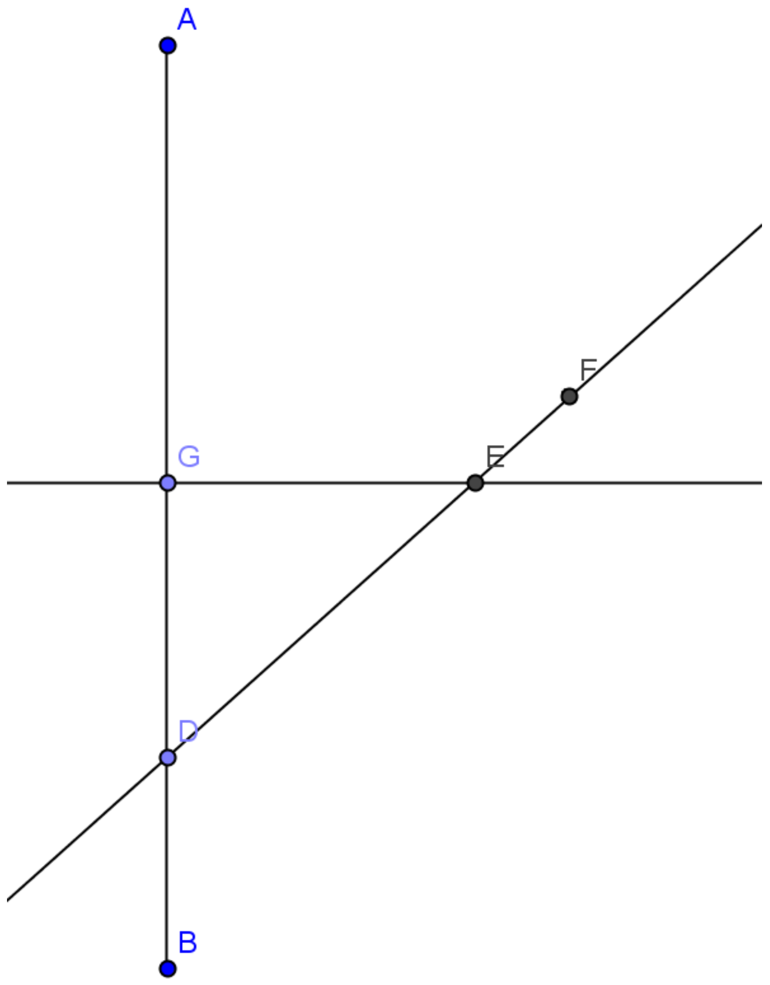
Viel Spaß mit unserem Heft wünscht Euch Euer

MadMax –Team

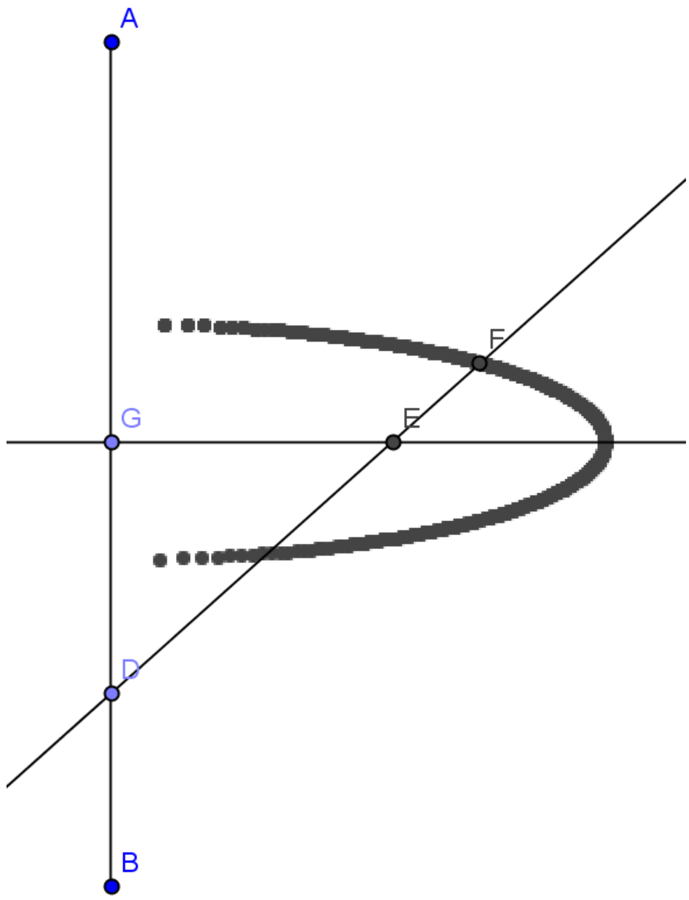
„Eine irre Maschine“

(aus dem Probewettbewerb 2008/2009 von „Mathematik ohne Grenzen“)

Bei diesem Thema nimmt man sich ein Kreuz, auf dem zwei Punkte D und E sind. Zwischen den Punkten D und E ist eine Strecke, die bis zu einem Punkt F verlängert wird. Man kann den Punkt D auf der Strecke AB nach oben und unten bewegen. Wir haben das mit Geogebra so gemacht, dass sich dabei die Abstände der Punkte D, E und F voneinander nicht verändern. Wenn man zum Beispiel Punkt D nach oben schiebt, bewegt sich Punkt E auf der Querachse nach rechts und Punkt F macht eine Kurve um Punkt E.



In einem Beispiel
zeigen wir das:



Den Punkt D haben wir nach oben und unten verschoben, dadurch hat sich der Punkt F um Punkt E gedreht.
Wir haben bei Punkt F eingestellt, dass dieser eine Linie hinterlässt (Rechtsklick mit der Maus auf den Punkt und „Spur ein“).
Diese Kurve hat die Form einer halben Ellipse. Der oberste Punkt dieser Kurve entsteht, wenn D ganz unten ist. Dann ist nämlich der Punkt E ganz nah an G und deshalb F ganz nah an der Strecke AB. Wenn D auf G liegt, dann liegt F ganz rechts auf der Querachse usw.

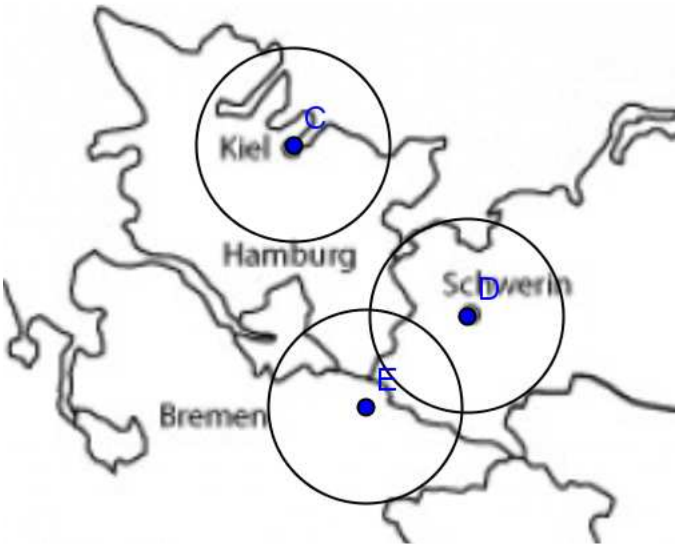
Mit unserem Programm kann man auch ganz interessante Bilder erzeugen:

Dieses Bild entsteht, wenn man den Abstand von Punkt F zu Punkt E ändert und man den Punkt D in die Gegenrichtung bewegt.

Probiert es selbst mal mit Geogebra aus – das Spielen mit dieser „irren Maschine“ macht Spaß.

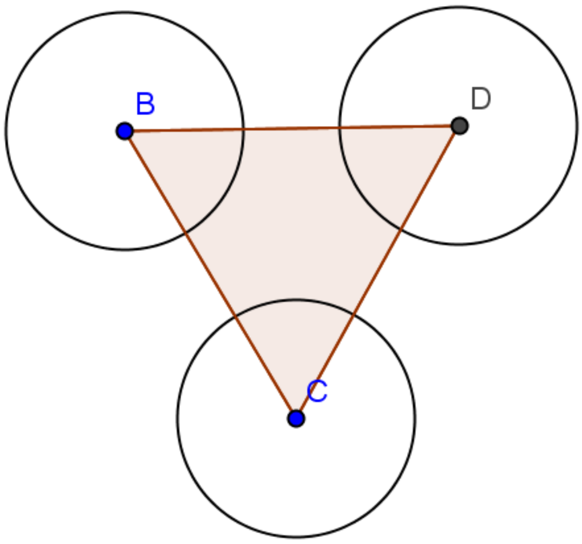
Standorte für Rettungshubschrauber in Deutschland

In unserem Thema geht es um Rettungshubschrauber, die alle Orte in Deutschland erreichen müssen. Ihre Einsatzkreise müssen also ganz Deutschland überdecken. In unserem Beispiel sind die Rettungshubschrauber schlecht positioniert.

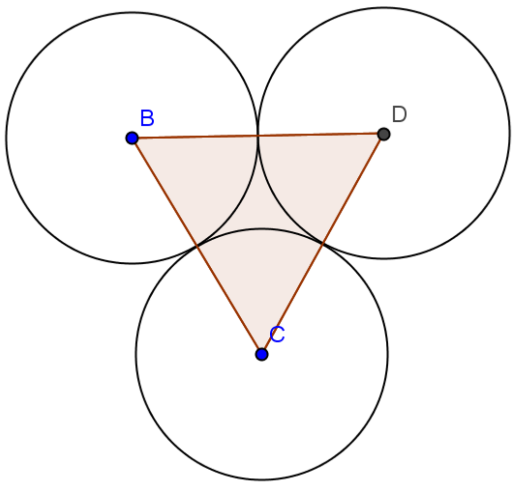


Zum Beispiel stehen zwei Rettungshubschrauber dicht nebeneinander und decken deshalb nur ein sehr kleines Gebiet ab oder die Hubschrauber stehen zu weit auseinander. Dann muss man entweder einen Hubschrauber dazwischen stellen oder es bleibt eine Lücke, die kein Hubschrauber in einer vorgegebenen Zeit erreicht (Die Kreise zeigen an, wie weit die Hubschrauber in dieser Zeit kommen). Wenn man schlecht plant, kostet das Deutschland viel Geld, weil man zu viele Hubschrauber braucht.
Deshalb haben wir versucht ein System mit Rettungshubschraubern zu entwickeln, dass möglichst wenig Rettungshubschrauber verbraucht.

Unsere Idee war, die Hubschrauber auf die Ecken von gleichseitigen Dreiecken zu setzen und dann Deutschland mit diesen Dreiecken zu überdecken. Im folgenden Bild ist das Dreieck natürlich noch zu groß.

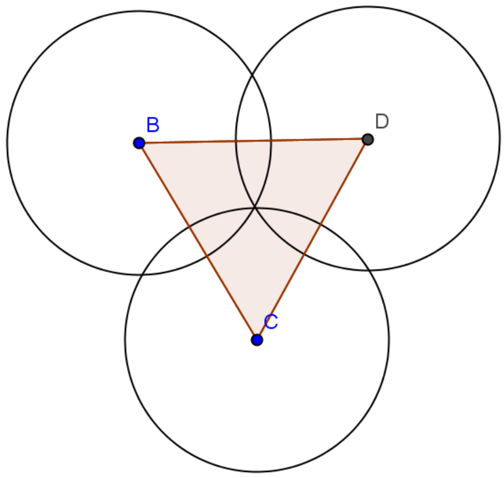


Zuerst haben wir dann folgendes System gefunden:

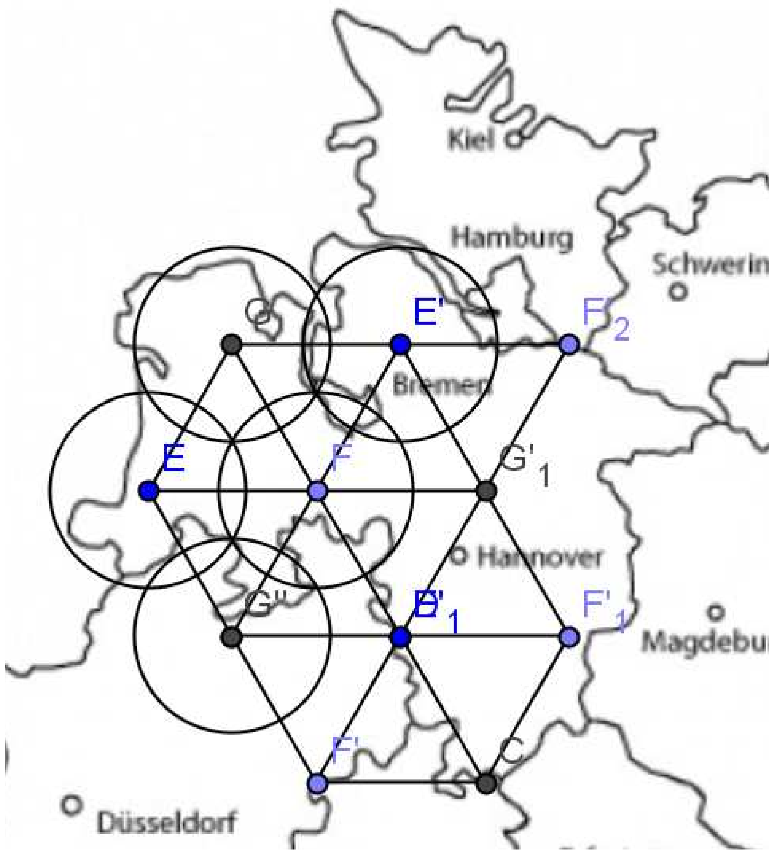


Dieses System ist sehr unpraktisch. Es deckt zwar viel Fläche ab, aber in der Mitte bleibt ein kleines Loch, das man mit einem vierten Hubschrauber abdecken muss.

Beim nächsten System spart man sich zwar den vierten Rettungshubschrauber, aber es wird auch nicht so viel Fläche abgedeckt. Wir vermuten aber, dass es besser ist als das erste System.



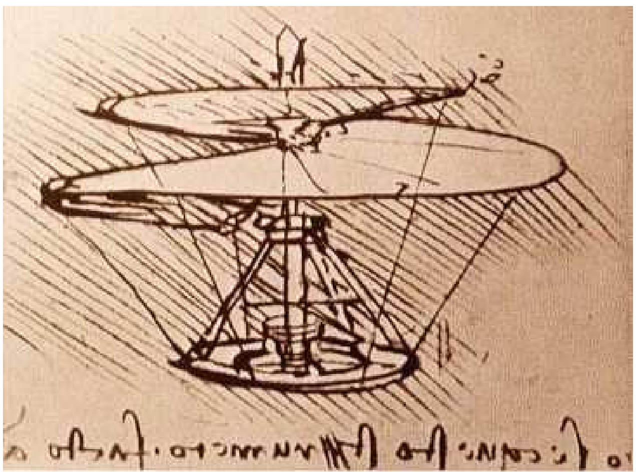
Und so könnte man das dann auf ganz Deutschland übertragen:

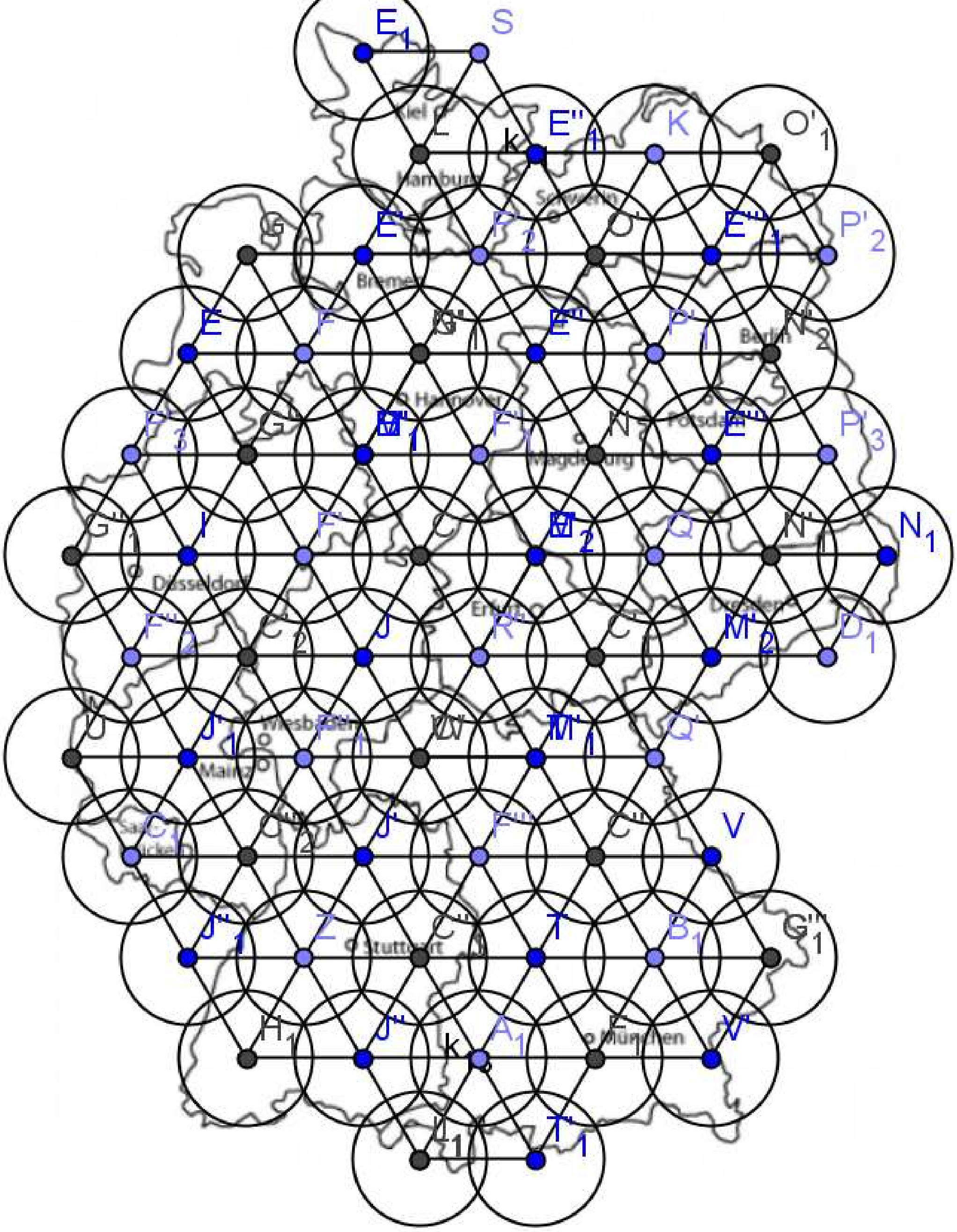


Um den richtigen Radius für die Kreise zu bekommen haben wir die Entfernung zwischen München und Hamburg auf der Karte ausgemessen und dann im Internet nachgeguckt, wie lang die Entfernung in Wirklichkeit ist. Dann kannten wir den Maßstab und konnten so einfach ausrechnen wie groß die Kreise sein müssen:

Die Entfernung München Hamburg ist ca. 600 km und das waren auf unserer Karte in Geogebra 13,4 cm. Wenn die Hubschreiber einen Radius von 50 km abdecken, dann ist das auf der Karte (13,4 : 12) cm = 1,1 cm, weil 50 ein Zwölftel von 600 ist. Also verwenden wir in unserem Programm Einsatzkreise mit Radius 1,1 cm für die Hubschrauber.

Nachdem wir das ausgerechnet hatten, haben wir ganz Deutschland mit Kreisen abgedeckt, um herauszufinden, wie viele Hubschrauber wir brauchen. Für ein paar kleine Ecken am Rand von Deutschland haben wir nicht extra einen Hubschrauber eingesetzt, weil wir dachten, dass ein anderer Hubschrauber auch mal ein bisschen weiter fliegen kann. Wie die Karte auf der nächsten Seite zeigt, haben wir dann 64 Hubschrauber gebraucht.

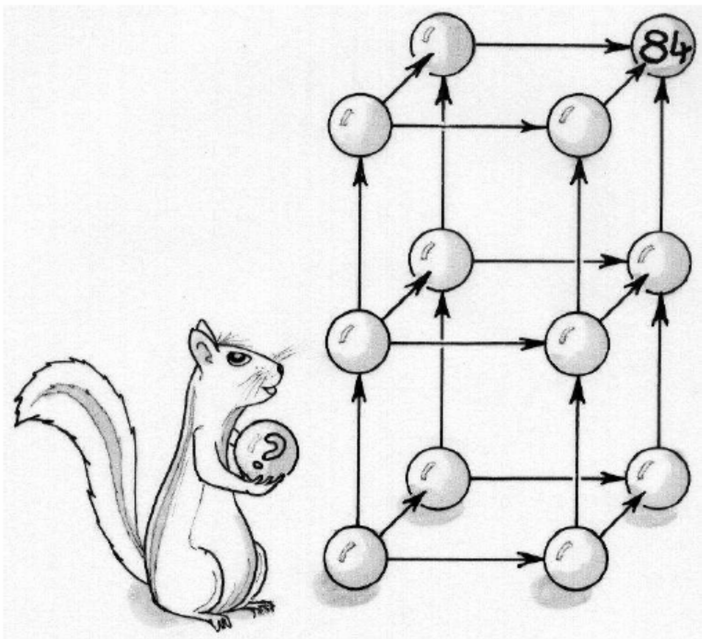




Hubschrauberverteilung über Deutschland

Pfeilnetze

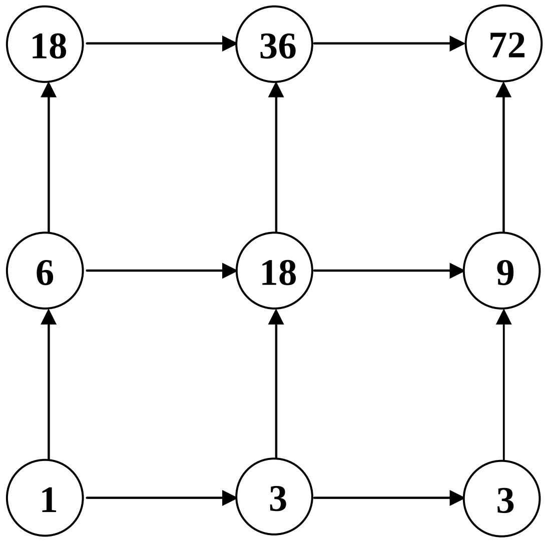
Im Wettbewerb Mathematik ohne Grenzen 2012 gab es das folgende Bild von einem ratlosen Eichhörnchen (http://www.mog-stuttgart.de/):



In dieser Figur soll das Eichhörnchen alle Kugeln mit unterschiedlichen natürlichen Zahlen nach folgender Regel beschriften.

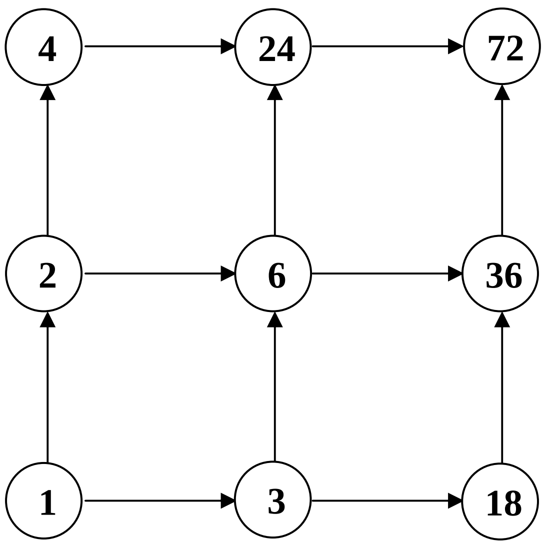
Zeigt ein Pfeil von einer Kugel auf eine zweite, so muss in dieser zweiten Kugel eine Zahl stehen, die man durch die Zahl in der ersten Kugel dividieren kann. Anders gesagt: Die vorhergehende Zahl muss immer ein Teiler der folgenden Zahl sein.

Wir haben zuerst ein einfacheres Pfeilnetz ausprobiert, das nicht räumlich ist. Das nächste Bild zeigt unsere erste Lösung:

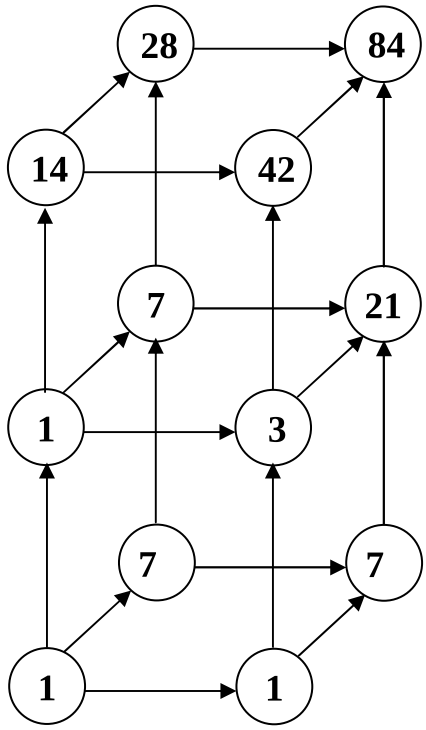


Im ersten Teilernetz sind 2 Zahlen doppelt und wir haben nach einer Lösung gesucht, in der das anders ist.

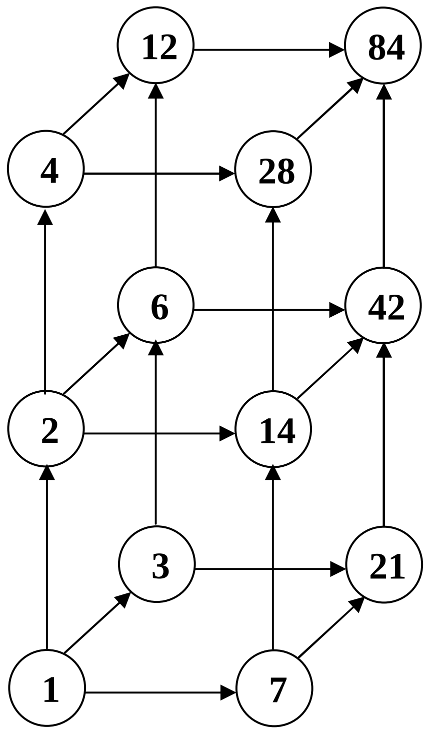
In unserem zweiten Teilernetz ist uns das gelungen und keine Zahl ist doppelt:



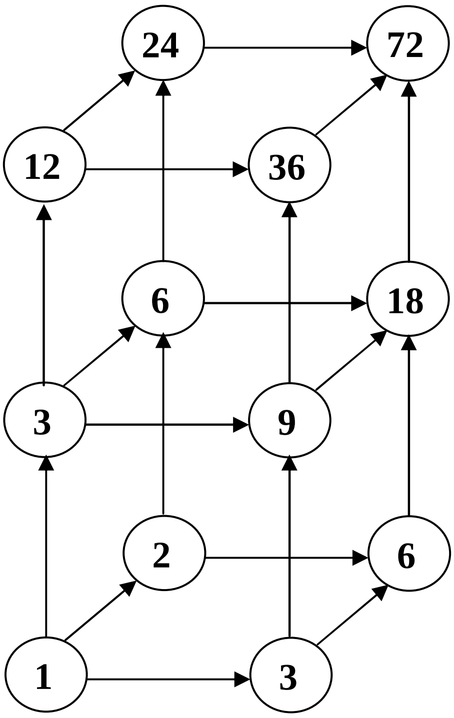
Jetzt haben wir versucht, auch das Problem des Eichhörnchens zu lösen. Eine erste Lösung hatten wir schnell, aber da waren wieder mehrere Teiler doppelt:



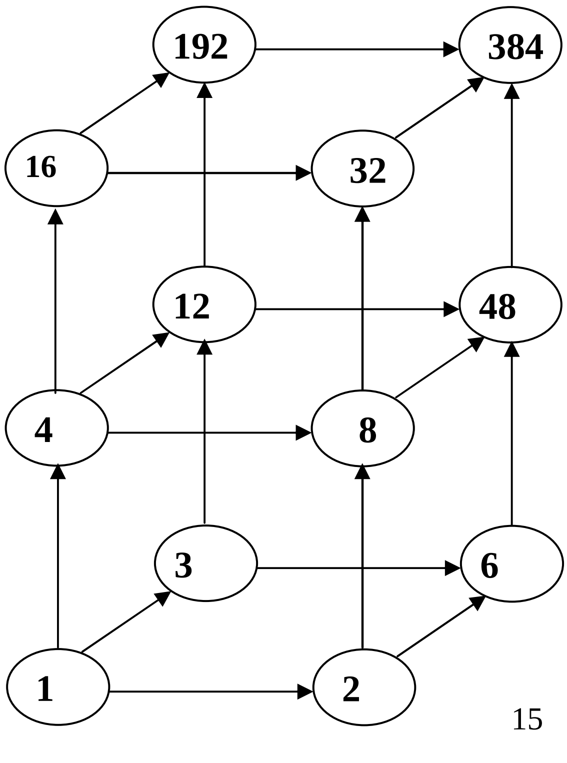
Wir haben es erst geschafft, als wir nicht mehr die drei größten Teiler zuerst genommen haben, sondern statt der 21 die 12, weil sie mehr Teiler hat:



Mit der Zahl 72 in der oberen Ecke mussten wir den Teiler 6 zweimal benutzen. Hier suchen wir noch nach einer besseren Lösung:



Dann sind wir umgekehrt vorgegangen und haben unten links angefangen mit 1 und haben in die Nachbarfelder Vielfache geschrieben:

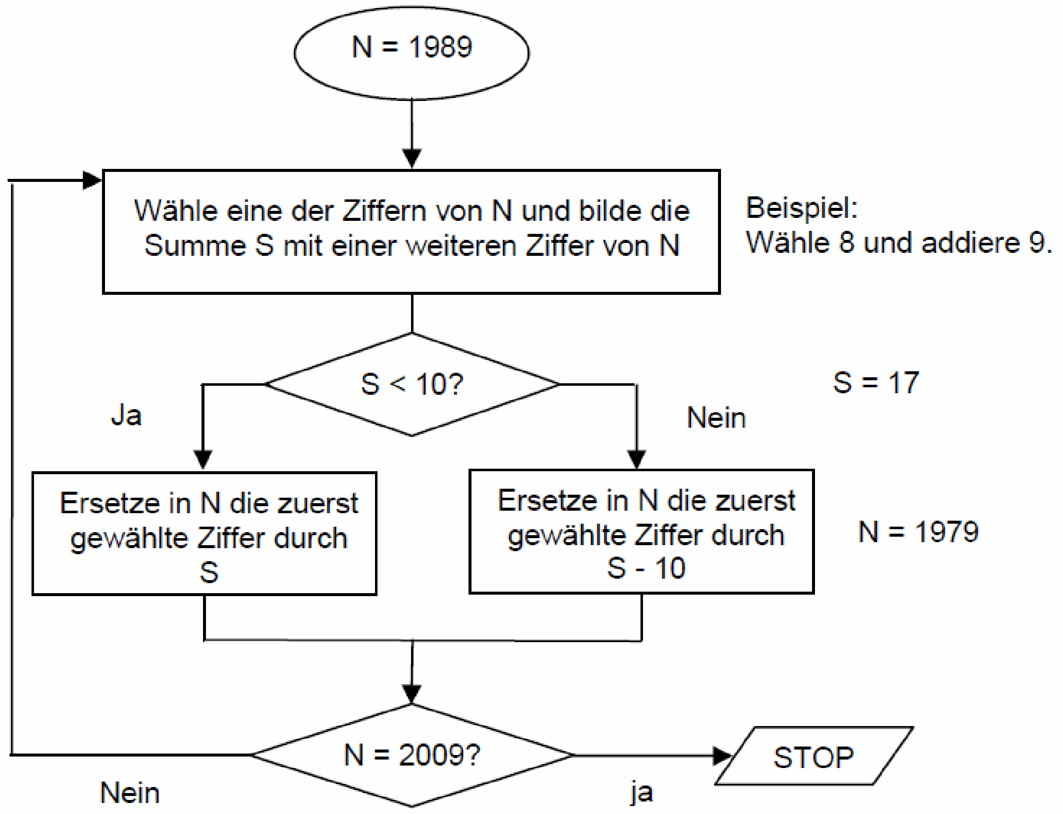


Man müsste noch versuchen, ob man mit dieser Methode eine Lösung findet, bei der oben rechts eine kleinere Zahl steht.

Zahlen überführen – eine nette Spielerei oder ein Verfahren mit System?

Im Wettbewerb von „Mathematik ohne Grenzen 2009“ (http://www.mathematikohnegrenzen.de/mog-archiv/aufgaben/) wurde eine interessante Zahlenspielerei als Aufgabe gestellt. Dabei sollte man von der Jahreszahl 1989 auf die Jahreszahl 2009 kommen. Dabei muss man eine Ziffer von 1989 zu einer anderen Ziffer von 1989 addieren. Wenn das Ergebnis kleiner als 10 ist, ersetzt man die zuerst gewählte Zahl durch das Ergebnis. Ist das Ergebnis gleich oder größer als 10 zieht man vom Ergebnis 10 ab und ersetzt die zuerst gewählte Ziffer durch die Differenz. Das wiederholt man solange, bis man auf 2009 kommt.

Was man hier gelesen hat, kann man im folgendem Schema aus der Aufgabenstellung gut ablesen:



Als nächstes schreiben wir einen Weg auf, wie man von der Zahl 1989 zur Zahl 2009 kommt:

Startzahl: 1989:

Rechnung: 8 + 9 = 17 > 10 also 17 – 10 = 7

Neue Zahl: 1987

In einer Tabelle machen wir das weiter:

Runde	Zahl	1. Ziffer	2. Ziffer	neue 1. Ziffer
1	1989	8	9	7
2	1979	7	9	6
3	1969	6	9	5
4	1959	5	9	4
5	1949	4	9	3
6	1939	3	9	2
7	1929	2	9	1
8	1919	1	1	2
9	2919	9	1	0
10	2019	1	9	0
11	2009	0	2	2
12	2029	2	9	1
13	2019	9	2	1
14	2011	1	1	2
15	2012	2	1	3
16	2013			

In der 10. Runde waren wir bei 2009 und haben dann noch bis 2013 weiter gemacht.

In der 2. Tabelle haben wir ein Geburtsjahr von uns genommen und mit dem System auf 2013 überführt.

Runde	Zahl	1. Ziffer	2. Ziffer	neue 1. Ziffer
1	2000	0	2	2
2	2002	2	2	4
3	2004	2	6	8
4	2008	8	2	1
5	2001	1	2	3
6	2003	0	2	2
7	2023	2	2	4
8	2043	2	6	8
9	2083	8	2	1
10	2013			

Wir müssen noch zwei Fragen klären:

1. Kann man von jeder vierstelligen Jahreszahl zu jeder anderen kommen?
2. Gibt es ein System, wie man das macht?